

La vida, un laboratorio de aprendizaje

Matemática vivencial y experimental



Modelación
matemática

The image shows two men in a grassy field. The man on the left is wearing a grey hoodie and blue jeans, and is holding a measuring tape. The man on the right is wearing a white shirt and dark pants, and is holding a yellow surveying instrument. They are both looking towards the camera. In the background, there is a brick wall and a building with a red frame around the windows.

La vida, un laboratorio de aprendizaje

Modelación matemática

La vida, un laboratorio de aprendizaje

Modelación matemática

Editor: Vicente Quispe Yuca.
Urb. Abelardo Ugarte B-1-B, Santiago, Cusco,
Perú.
Segunda edición
Mayo 2022.

Autor: Vicente Quispe Yuca.

Diseño y diagramación: Vicente Quispe Yuca.
Correo electrónico: viceyaky@yahoo.es

Se terminó de diagramar en marzo del 2022 en
Editora Raúl Torres Álvarez.
Calle Santa Teresa 383, interior 101, Cusco, Perú.

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacio-
nal del Perú n.º 2022-02187.

Este libro ha sido elaborado sobre la base de los
proyectos “La matemática vivencial en la cons-
trucción y equipamiento de mi casa” y “La vida,
un laboratorio de aprendizaje”, ganadores del
Concurso Nacional de Buenas Prácticas Docen-
tes, del Ministerio de Educación del Perú.

Esta publicación ha contado con el apoyo de los
especialistas en educación de la Unidad de Ges-
tión Educativa Local (UGEL) Cusco, la Gerencia
Regional de Educación de Cusco y el Ministerio
de Educación del Perú.

INTRODUCCIÓN

El presente libro ha sido elaborado para coadyuvar a la mejora de los aprendizajes en el área de Matemática. Según evaluaciones nacionales e internacionales, se observa que los índices de aprendizaje no son alentadores: algunas/os estudiantes muestran actitudes de rechazo al aprendizaje de la matemática, así como frustración en la resolución de problemas.

La innovación educativa es muy importante en los escenarios actuales. Es indispensable y urgente adecuar la educación a los cambios que vive la sociedad. Como dijo el reconocido científico Albert Einstein, “no podemos pretender que las cosas cambien si seguimos haciendo siempre lo mismo”. El liderazgo docente juega un papel muy preponderante como agente de cambio e innovación en la práctica profesional.

Los proyectos “La matemática vivencial y experimental en la construcción y equipamiento de mi casa” y “La vida, un laboratorio de aprendizaje”, ganadores del Concurso Nacional de Buenas Prácticas Docentes, del Ministerio de Educación del Perú, se basan precisamente en el trabajo en un laboratorio matemático. En cumplimiento de uno de sus objetivos, se formuló este libro con la siguiente pregunta: ¿estamos entrando al mundo de la matemática por la puerta equivocada?

La matemática es una ciencia y toda ciencia parte de la realidad; por ello, queremos partir de la realidad para aprender matemática desde el contexto de las/os estudiantes y su cotidianidad. Se han diseñado materiales y recursos, que se comparten en el libro, para ingresar al mundo de esta materia de forma fácil, con apoyo de *software* matemático y simuladores interactivos.

Espero que esta obra sea una herramienta de apoyo para el trabajo docente.

El autor



Urpay, distrito de Huaró, provincia Quispicanchi, región Cusco, Perú.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

LA MATEMÁTICA VIVENCIAL Y EXPERIMENTAL

Lo que hago aprendo.....	13
La estrategia de trabajo.....	14
La modelación matemática.....	15
El laboratorio matemático.....	16

CAPÍTULO II

MATERIALES DEL LABORATORIO MATEMÁTICO

Construimos nuestra casa.....	23
Áreas y perímetros.....	28
Centro de gravedad.....	31
Parábola y sus aplicaciones.....	32
Teorema de Tales.....	33
Ángulos internos y externos de los triángulos.....	34
Teodolito manual.....	36
Replanteamiento de planos.....	37
Demostración del teorema de Pitágoras.....	38
Factorización con áreas	39
Planos y maquetas a escala.....	40
Figuras geométricas y relación de áreas.....	43
Espacio tridimensional.....	44
Geoplano.....	46
Variación de un triángulo inscrito.....	47
Fracciones.....	48
Teorema de Bayes.....	49
Regularidades numéricas y no numéricas.....	50
Elipse.....	51
Yupana Inka.....	52

Bibliografía

CAPÍTULO I

La matemática vivencial
y experimental

LO QUE HAGO APRENDO

El aprendizaje en contexto real, en forma vivencial, relacionado a la experiencia del día a día, contiene un importante componente emocional, porque genera una motivación interna en la/el estudiante, potencia sus destrezas para resolver situaciones, desarrolla sus competencias del “saber hacer” y así logra soluciones en forma creativa. El aprendizaje adquiere funcionalidad y se ponen en práctica los conocimientos para resolver problemas de la vida.

La idea no es memorizar sin contextualizar; debemos comprender el problema, así como el funcionamiento de las cosas. Siempre decimos “salió el

sol” cuando sabemos que no es cierto, pues la tierra es la que gira alrededor del sol.

Las niñas y los niños son investigadores y precisamente la matemática vivencial y experimental hace que el proceso de aprendizaje se fortalezca y no se pierda aquella capacidad de las/os estudiantes para construir su propio conocimiento. Además, al trabajar en equipos se genera un aprendizaje colaborativo, cooperativo y autónomo, y toma cuerpo aquel proverbio chino “Lo que oigo lo olvido, lo que veo lo recuerdo, lo que hago lo aprendo”.



Tras trabajo con teodolito manual, estudiantes comprueban medidas de un triángulo.

LA ESTRATEGIA DE TRABAJO

La estrategia es la modelación matemática, para la construcción y equipamiento de una casa en un laboratorio matemático (los materiales que se observan en el libro se encuentran instalados en casa del autor).

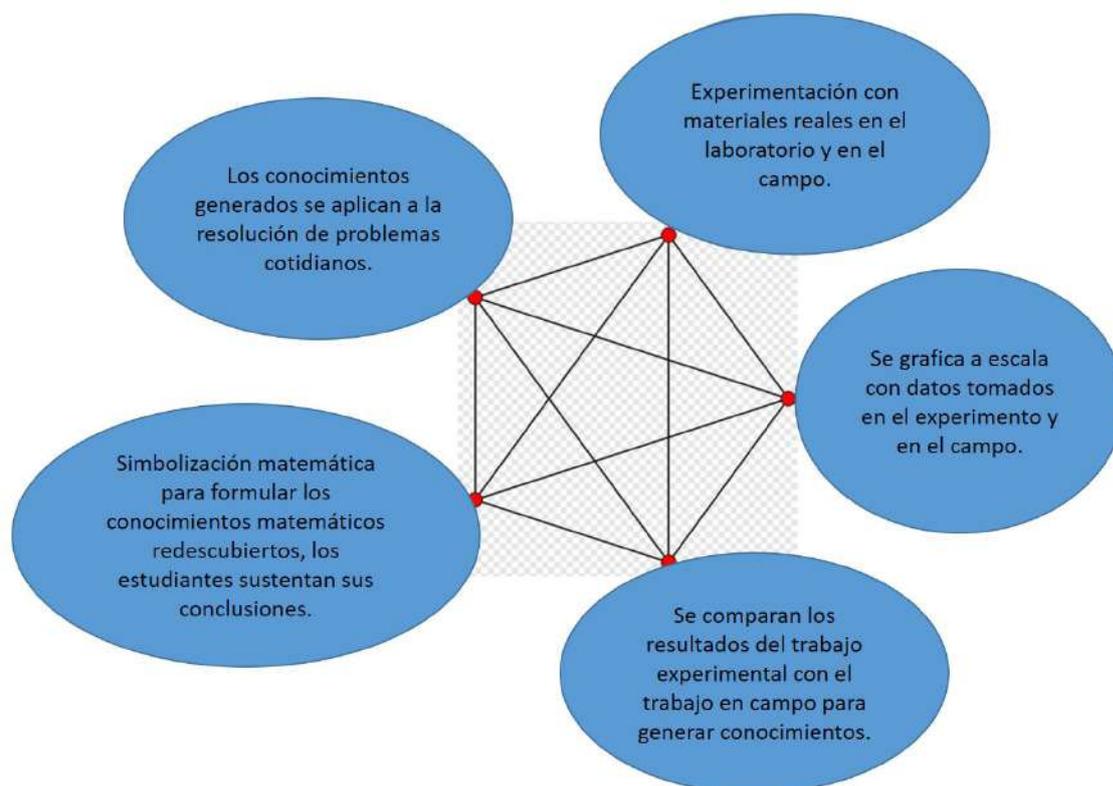
La estrategia que se propone y se aplica es la siguiente:

1. Se experimenta con materiales reales en el laboratorio y en el campo.
2. Se grafican a escala los datos tomados en el experimento y en el campo.
3. Se comparan los resultados del trabajo experimental con el trabajo en campo y se analizan con el *software* matemático y con los

simuladores interactivos, para generar conocimientos.

4. Se simboliza matemáticamente, con lo que se generan conocimientos matemáticos redescubiertos y las/os estudiantes sustentan sus conclusiones.
5. Los conocimientos generados se aplican a la resolución de problemas cotidianos.

La estrategia permite reconstruir conocimientos en forma práctica; desarrolla sus habilidades de investigación y potencia las operaciones mentales, como codificación, decodificación, síntesis, inferencia lógica, razonamiento analógico, deductivo y transitivo. Así se forman estudiantes críticas/os y creativas/os.



LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

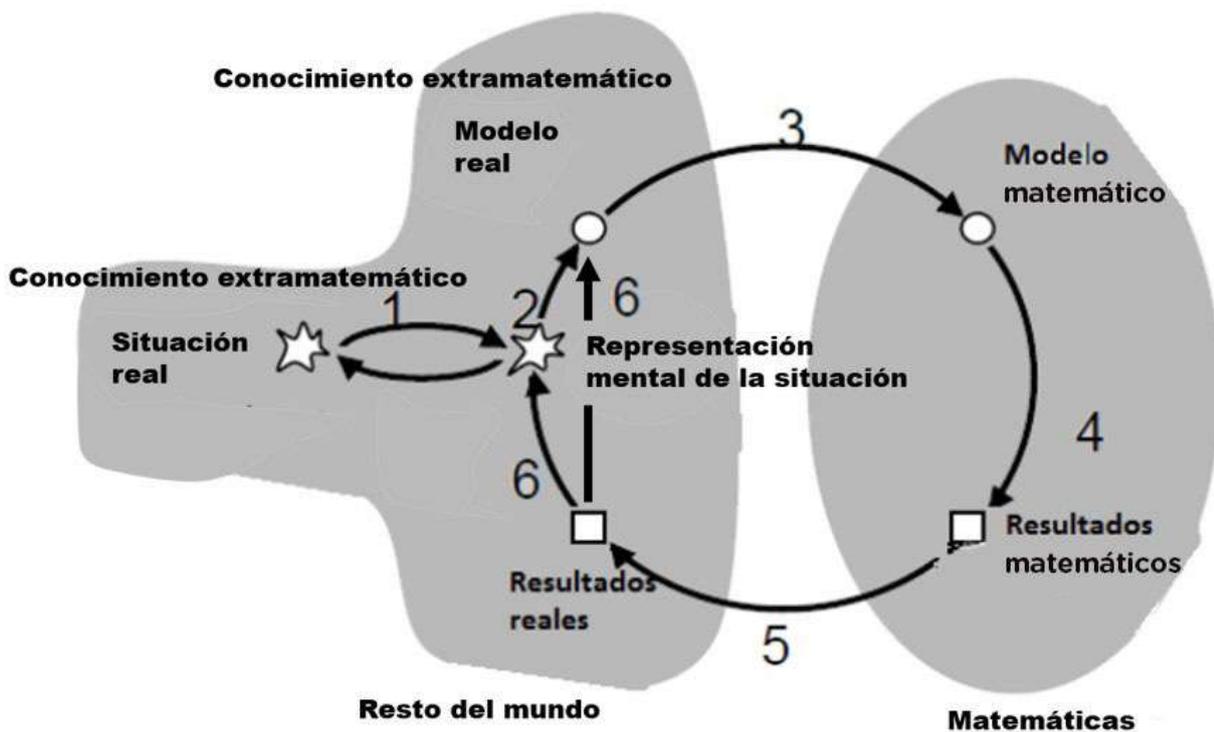
La modelación matemática debe ser reconocida como un recurso que permite que las/os estudiantes relacionen las matemáticas con el mundo real. Esta modelación tiene un ciclo que se inicia en la conceptualización de una situación o problema cotidiano.

Como vemos en la imagen, traducimos o creamos una representación matemática de esa situación

real independientemente de nuestras preferencias.

Se construye el modelo matemático, desde diversas miradas, y en él se aplican todas las competencias matemáticas que tiene la o el estudiante. Es el momento en que se pueden observar errores y se aprovecha para generar los conocimientos matemáticos.

Luego, se validan los resultados y se retorna al mundo real.



Ciclo de modelación matemática.
Werner Blum, Rita Borromeo-Ferri (2009).

EL LABORATORIO MATEMÁTICO

Si queremos formar estudiantes investigadoras/es, entonces debemos trabajar con esa mirada. El espacio importante para este trabajo son los laboratorios, tanto para el aprendizaje como para la investigación, a través del uso de la tecnología, como *software* matemático y simuladores interactivos.

El trabajo práctico en el laboratorio proporciona la experimentación y el descubrimiento, lo que hace que las/os estudiantes aprendan de sus propios errores. Se da una mirada diferente a los “resultados correctos” que se tiene en los libros.

Como sostiene el educador y filósofo brasileño Paulo Freire, “es necesario desarrollar una pedagogía de la pregunta. Siempre estamos escuchando una pedagogía de la respuesta. Los profesores contestan a preguntas que los alumnos no han hecho”.

Por su parte, la investigadora de la Universidad de California en Berkeley, Alison Gopnik, escribió en la revista *Science*, sobre el aprendizaje y enseñanza en diferentes disciplinas científicas, que “los niños aprenden de la experimentación, de la observación y de patrones estadísticos”.



Materiales para demostraciones sobre la gravedad, teorema de Tales, medida de ángulos y ubicación de puntos en el espacio.

El uso del laboratorio matemático en el proceso de aprendizaje genera motivación en la/el estudiante, permite que aprenda mediante la experimentación, pone en práctica el método científico y se aprende del error. Además, el proceso es más activo y participativo; la/el estudiante desarrolla su capacidad de crítica, razonamiento y creatividad. Las/os estudiantes que presentan necesidades educativas especiales son incluidos porque su aprendizaje está relacionado a la manipulación de materiales.

El aporte de la actividad experimental en un laboratorio al aprendizaje es muy significativo: los conocimientos previos se verifican en la práctica, en dichos trabajos los estudiantes demuestran sus saberes.

El aprendizaje de la matemática desde un laboratorio se complementa con la tecnología para su enseñanza. En ambos casos se prioriza la modelación matemática para aprender a través de modelos matemáticos, lo que genera que la/el estudiante trabaje con autonomía.

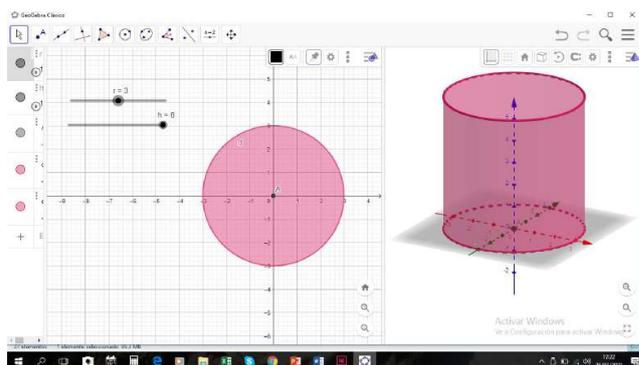


Plano desarmable, maqueta simulador de instalación eléctrica, teodolito manual, gráficos estadísticos y tablero de teorema de Tales.

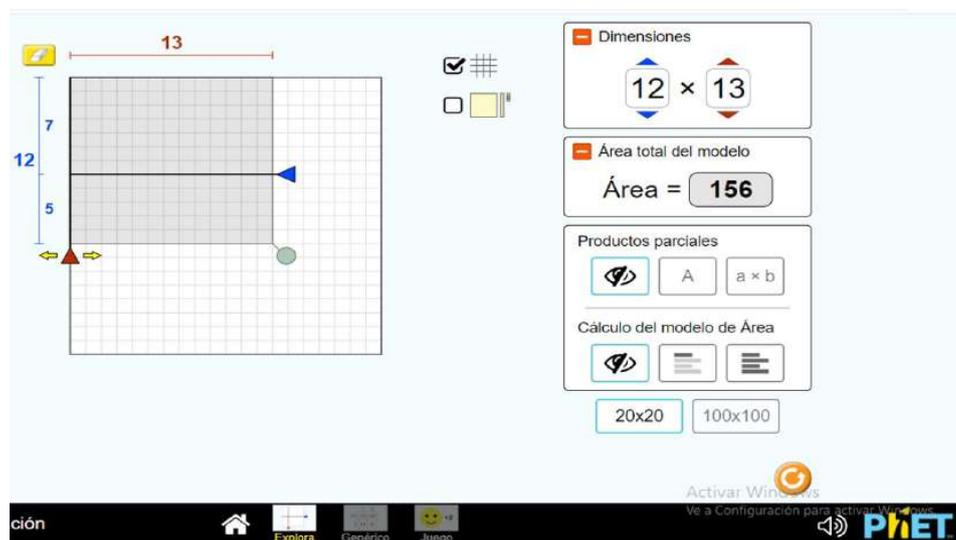
Para mejorar los aprendizajes de las/os estudiantes en el área de Matemática, se debe tener un ambiente especialmente destinado para el laboratorio matemático, con mobiliario adecuado, donde se cuente también con lo siguiente:

1. Recursos y materiales físicos, manipulables, como se muestra en este libro. Su uso hace que la/el estudiante redescubra conocimientos, y genere desarrollo emocional y la motivación interna para el aprendizaje de la matemática. El trabajo en equipos respeta su individualidad y forma estudiantes cooperativas/os con autonomía.
2. En esta era de la tecnología es muy importante el uso de recursos electrónicos como el *software* matemático y los simuladores interactivos que motivan a las/os estudiantes a ingresar al mundo de la programación digital.

3. El uso del material bibliográfico complementa el uso de los materiales concretos y electrónicos, ayuda a consolidar los conocimientos que se han redescubierto con lo que se le brinda seguridad a las/os estudiantes.

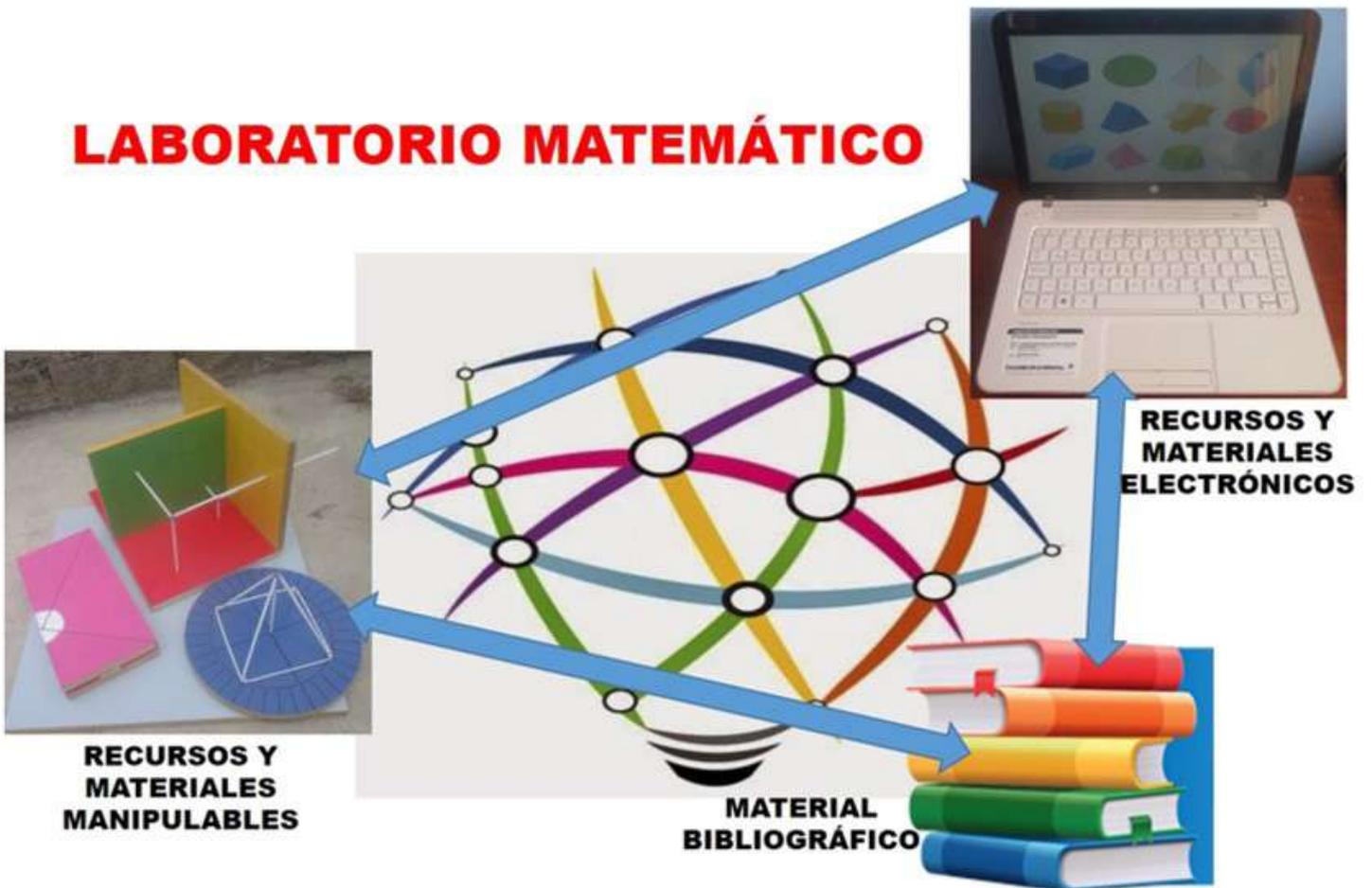


Software matemático GeoGebra.



PhET, simulador interactivo de la Universidad de Colorado en Boulder.

LABORATORIO MATEMÁTICO



CAPÍTULO II

Materiales del laboratorio matemático

CONSTRUIMOS NUESTRA CASA

Las/os estudiantes se organizan por equipos de trabajo, investigan en Internet sobre planos de casas, analizan y aprueban por consenso el de su vivienda.

Construyen maquetas a escala, donde trabajan áreas, perímetros.

Por otro lado, calculan préstamos financieros con costos reales. Para ello visitan centros financieros y reciben cotizaciones de créditos; así como costos de materiales de construcción. Cada estudiante archiva toda esta información en su portafolio.



Estudiantes aprueban el plano por consenso, conforme al Reglamento Nacional de Edificaciones.



Plano aprobado.



Construcción de la maqueta de una casa, en función al plano aprobado.

CÁLCULO DE ÁREAS, PERÍMETROS Y COSTOS DE CONSTRUCCIÓN DE UNA CASA

INFORME DE COSTOS DE CONSTRUCCIÓN, REQUERIMIENTO DE MAYÓLICAS Y PRÉSTAMOS FINANCIEROS														
COSTO	ÁREA DEL TERRENO m ²			COSTO CONSTRUCCIÓN m ² TIPO PRIMERA					COSTO EN DÓLARES			COSTO EN SOLES		
	1 m ² EN \$	A	B	ÁREA	DÓLARES	CAMBIO	SOLES	ÁREA	COSTO	ÁREA	COSTO m ²	COSTO TOTAL	COSTO EN \$	CAMBIO A \$/
HABITACIÓN														
1 SALA	ÁREA			COSTO SALA m ² TIPO PRIMERA					ÁREA MAYÓLICA			REQUERIMIENTO DE MAYÓLICA		
	A	B	ÁREA	DÓLARES	CAMBIO	SOLES	ÁREA	COSTO	A	B	ÁREA	ÁREA TOTAL	ÁREA DE MAY	REQ MAYÓLICA
2 COCINA	ÁREA			COSTO COCINA m ² TIPO PRIMERA					ÁREA MAYÓLICA			REQUERIMIENTO DE MAYÓLICA		
	A	B	ÁREA	DÓLARES	CAMBIO	SOLES	ÁREA	COSTO	A	B	ÁREA	ÁREA TOTAL	ÁREA DE MAY	REQ MAYÓLICA
PRÉSTAMO BANCARIO														
COSTO CONSTRUCCIÓN DE UN DEPARTAMENTO				SÍ TENGO		CAPITAL		TASA DE INTERÉS		TIEMPO		INTERÉS		MONTO
COSTO DEL TERRENO EN SOLES				PRÉSTAMO										
COSTO TOTAL				TOTAL										
EQUIPO:										PAGO MENSUAL				



Alumnas y alumnos sustentan préstamos financieros, presupuestos, costos y contribuciones tributarias que se requieren para la construcción de una casa.

CÁLCULO DE ÁREAS Y VOLUMEN

ÁREA Y VOLUMEN DE NUESTRA CASA (TRIDIMENSIONAL)

A =	a	b	m^2	V1	b	a	h	VOLUMEN	m^3	
A =	a	b	m^2	V2	b	a	h	VOLUMEN	m^3	
A =	a	b	m^2	TOTAL VOLUMEN		b	a	h	VOLUMEN	m^3
A =	ÁREA TOTAL									

EQUIPO:



Con el uso de la maqueta, se resuelven problemas de perímetros, áreas y volumen, así como de instalación y consumo de agua y energía eléctrica.

REQUERIMIENTO DE AGUA Y CÁLCULO DE VOLUMEN

VOLUMEN DE AGUA QUE REQUERIMOS PARA NUESTRA CASA

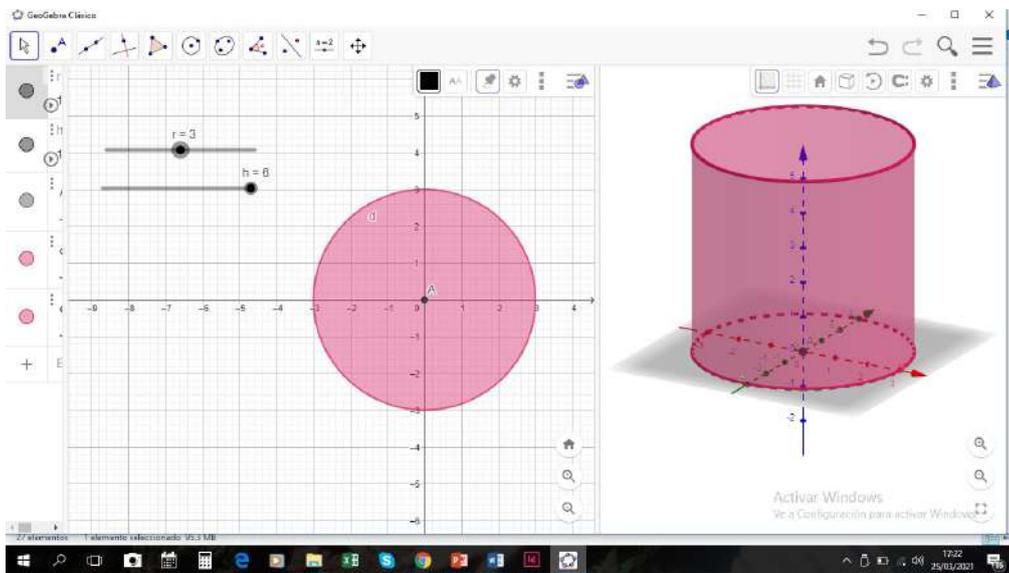
TAMAÑOS DE TANQUE DE AGUA						
PERSONAS	DIÁMETRO	ALTURA	π	RADIO	RADIO	VOLUMEN
67	2.20					
34	2.20					
17	1.55					
8	1.10					
4	0.97					
2	0.70					

m^3	LITROS	LITROS
1	1000	
1	1000	
1	1000	
1	1000	
1	1000	
1	1000	

AL=	π	r	r	ÁREA	
AL=	2	π	r	h	ÁREA
AL=	π	r	r	ÁREA	

EQUIPO:

Ficha de requerimiento de agua según número de integrantes de una familia.



Trabajo de campo sobre consumo de agua y volumen del cilindro, así como análisis de los resultados con *software* matemático GeoGebra.



REQUERIMIENTO DE MATERIALES

REQUERIMIENTO DE MATERIALES: LADRILLOS Y PANDERETAS PARA NUESTRA CASA

ÁREA LATERAL	H	L	2P	ÁREA
TERCER PISO				
Subtotal				m ²
TERCER PISO				m ²

ÁREA LATERAL	H	L	2P	ÁREA
SEGUNDO PISO				
Subtotal				m ²
LADRILLO KK	0.18	0.30	0.12	0.00648 m ³

ÁREA LATERAL	H	L	2P	ÁREA
PRIMER PISO				
Subtotal				m ²
LADRILLO KK	0.18	0.30	0.12	0.00648 m ³

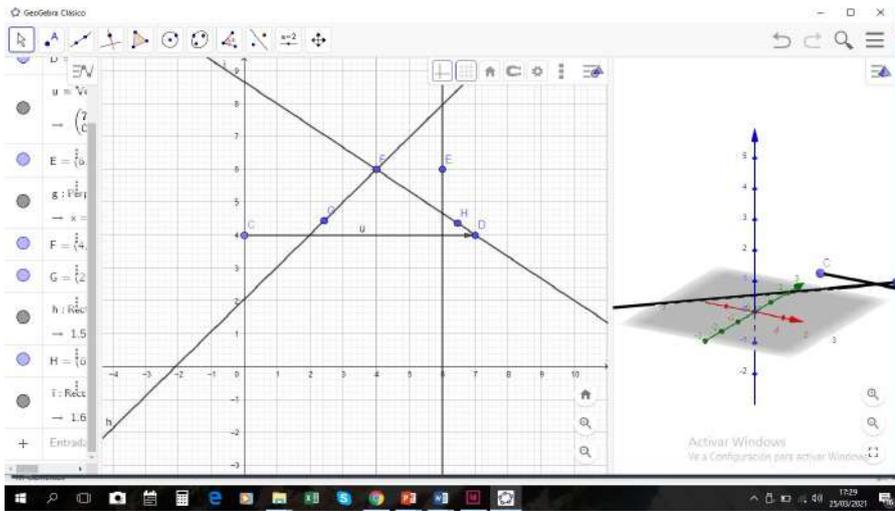
TOTAL ÁREA DE LAS PAREDES	ÁREA
	m ²
LADRILLO	VOLUMEN
0.23	0.07
0.11	0.001771 m ³

TERCER PISO	ÁREA LATERAL
0.38	0.30
0.054	m ²
REQUERIMIENTO LADRILLO KING KONG	

TERCER PISO	ÁREA
	m ²
SEGUNDO PISO	
	m ²
PRIMER PISO	
	m ²
TOTAL ÁREA DE TRES LOZAS/TECHO	
	m ²
ÁREA LATERAL PANDERETA	
0.300	0.195
0.050	m ²
REQUERIMIENTO PANDERETA	
Pandereta	VOLUMEN
0.300	0.195
0.150	0.008775 m ³

EQUIPO:

Ficha para sustentar el requerimiento de materiales para la construcción de una casa.



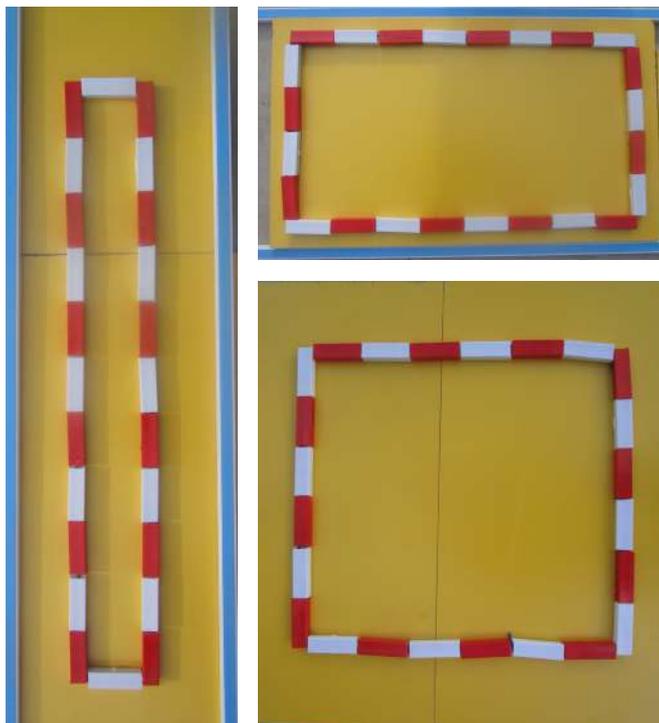
Aplicación de ángulos, pendientes y ecuaciones de la recta en la construcción de una casa y demostración con software GeoGebra.



ÁREAS Y PERÍMETROS

MODELO MATEMÁTICO DEL ÁREA, PERÍMETRO Y REPRESENTACIÓN COMO FUNCIÓN

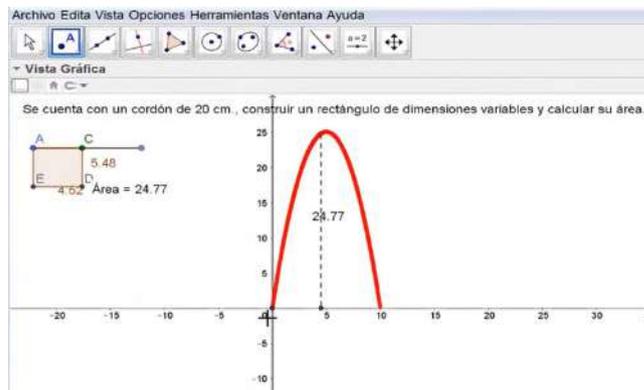
Área máxima y área mínima.



Construcción de diferentes áreas para demostrar la relación que existe entre áreas y perímetros.

PRO- CESO	LADO X: U	LADO Y: U	AREA: U^2	PERÍMETRO: U
1	1	11	11	24
2	2	10	20	24
3	3	9	27	24
4	4	8	32	24
5	5	7	35	24
6	6	6	36	24
7	7	5	35	24
8	8	4	32	24
9	9	3	27	24

U: Unidad de medida.



Demostración de la variación de áreas y perímetros con GeoGebra.

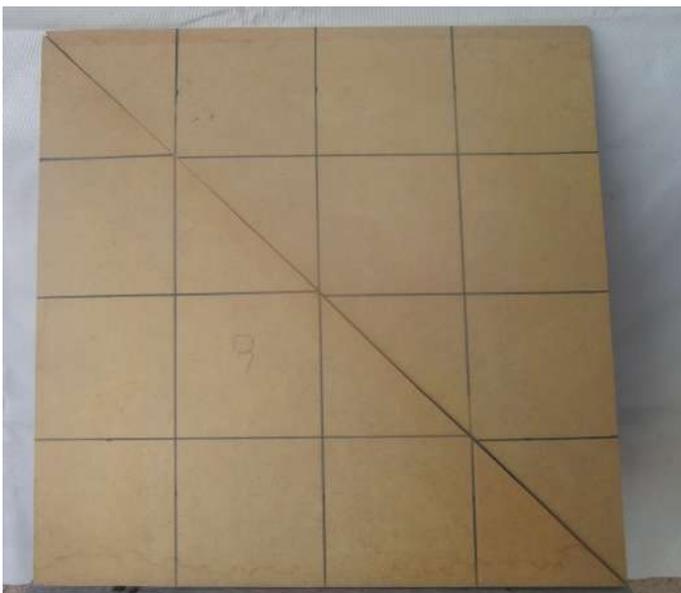
Perímetro constante
y área variable.

$$\begin{aligned} 2X+2Y &= 24 \\ 2(X+Y) &= 24 \\ X+Y &= 12 \\ Y &= 12-X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= XY \\ A &= X(12-X) \\ A &= 12X - X^2 \end{aligned}$$

Demostración de la relación que existe entre el área y perímetro de un rectángulo en forma experimental y comprobación con software matemático GeoGebra.

ÁREAS

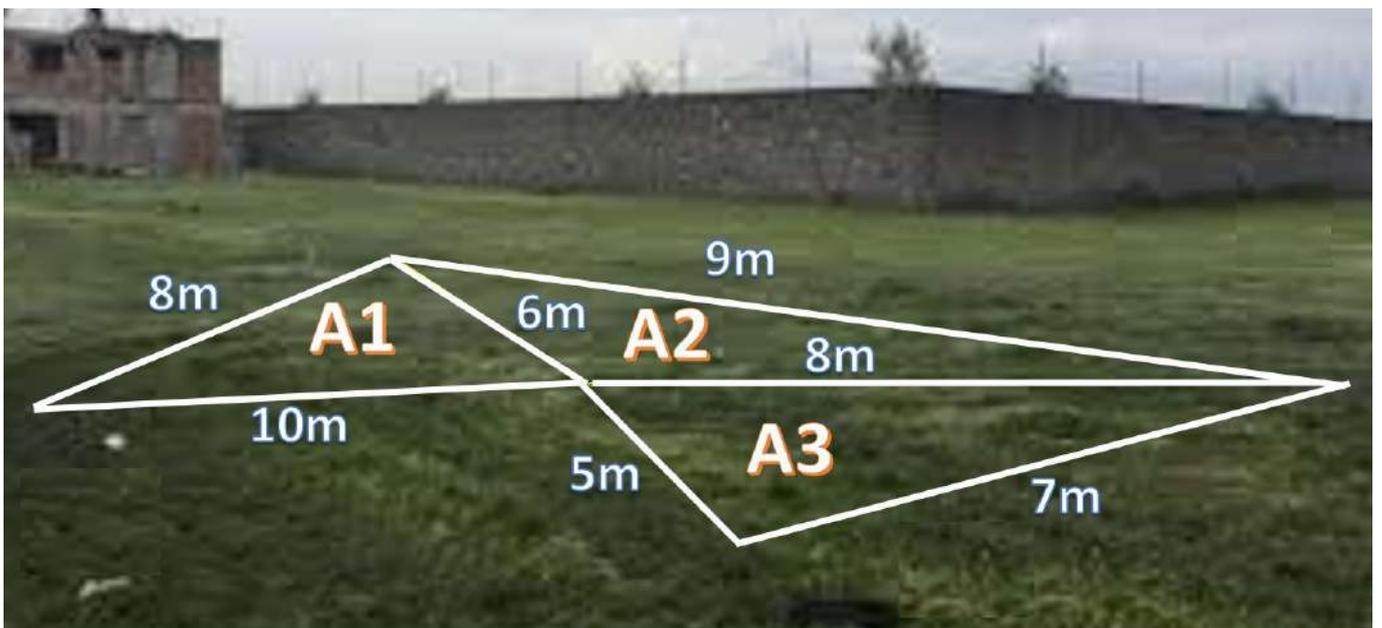


Materiales para deducir fórmulas de áreas del cuadrado, rectángulo, triángulo y paralelogramo.

ÁREAS



Materiales para comprobar fórmulas de áreas de figuras geométricas.

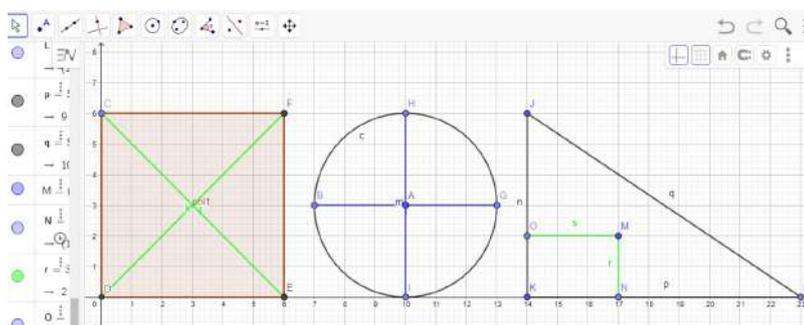


CENTRO DE GRAVEDAD

¿EXISTEN OBJETOS QUE PUEDEN SUBIR POR EFECTO DE LA GRAVEDAD?



Al observar nos preguntamos lo siguiente: ¿el embudo subirá por efecto de la gravedad?



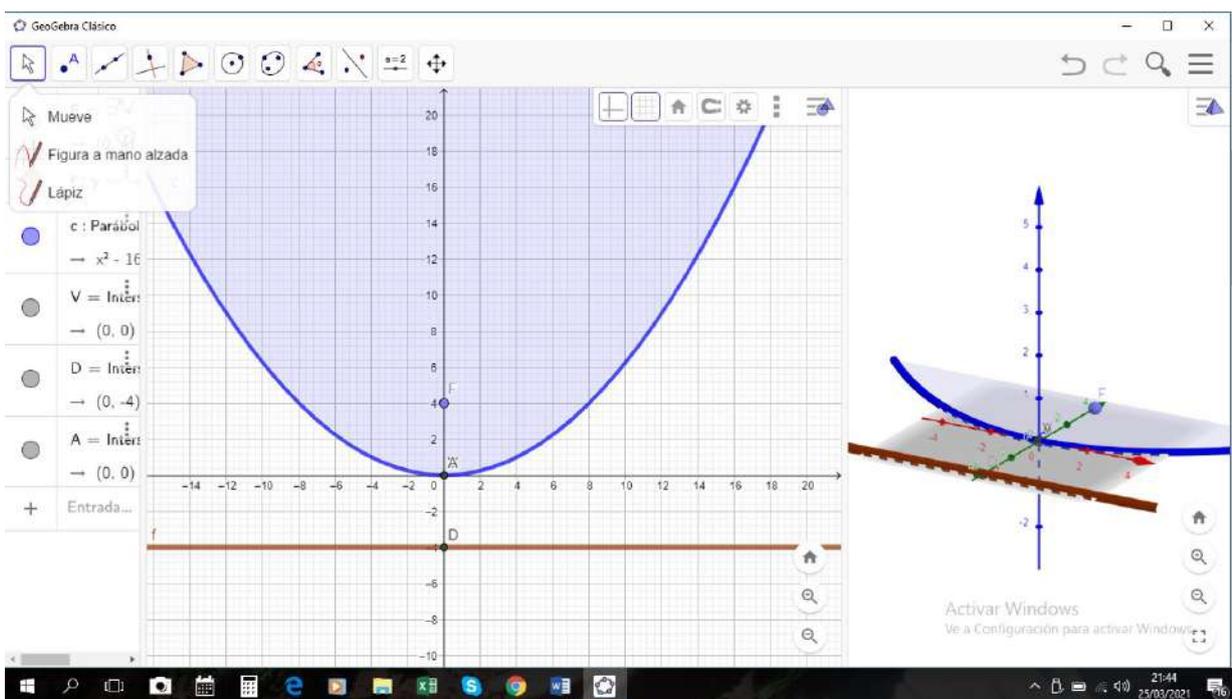
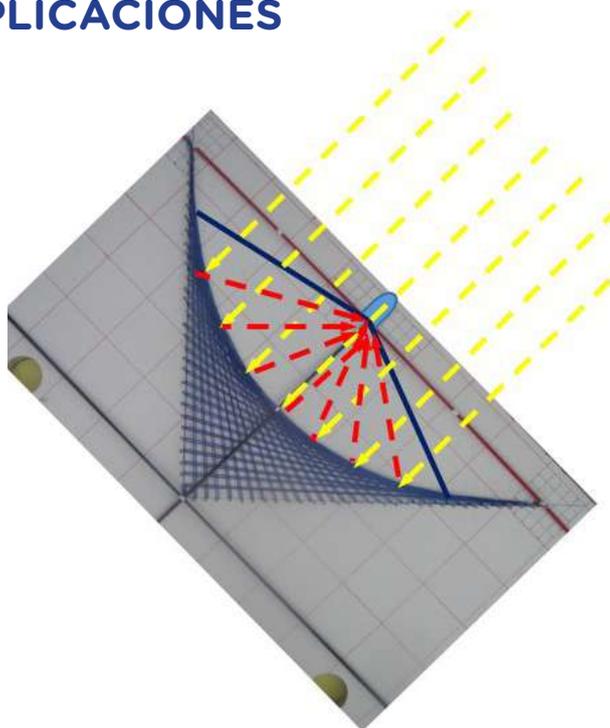
Demostración del centro de gravedad con GeoGebra.



Materiales para realizar pruebas sobre la gravedad.



PARÁBOLA Y SUS APLICACIONES



Construcción de la parábola utilizando GeoGebra.



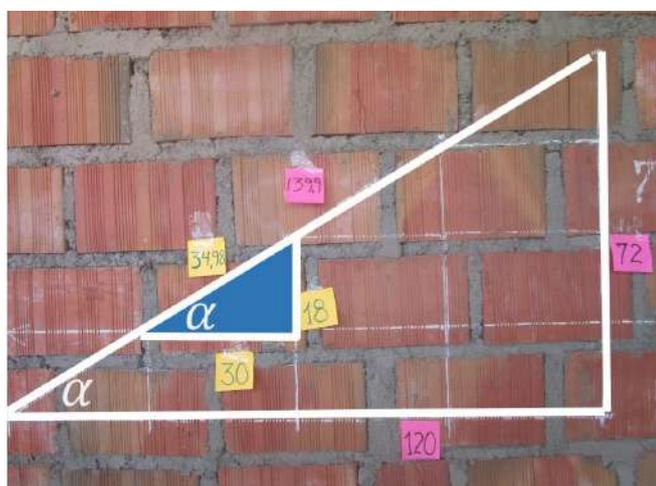
La parábola y sus aplicaciones.

TEOREMA DE TALES

TRIÁNGULOS SEMEJANTES

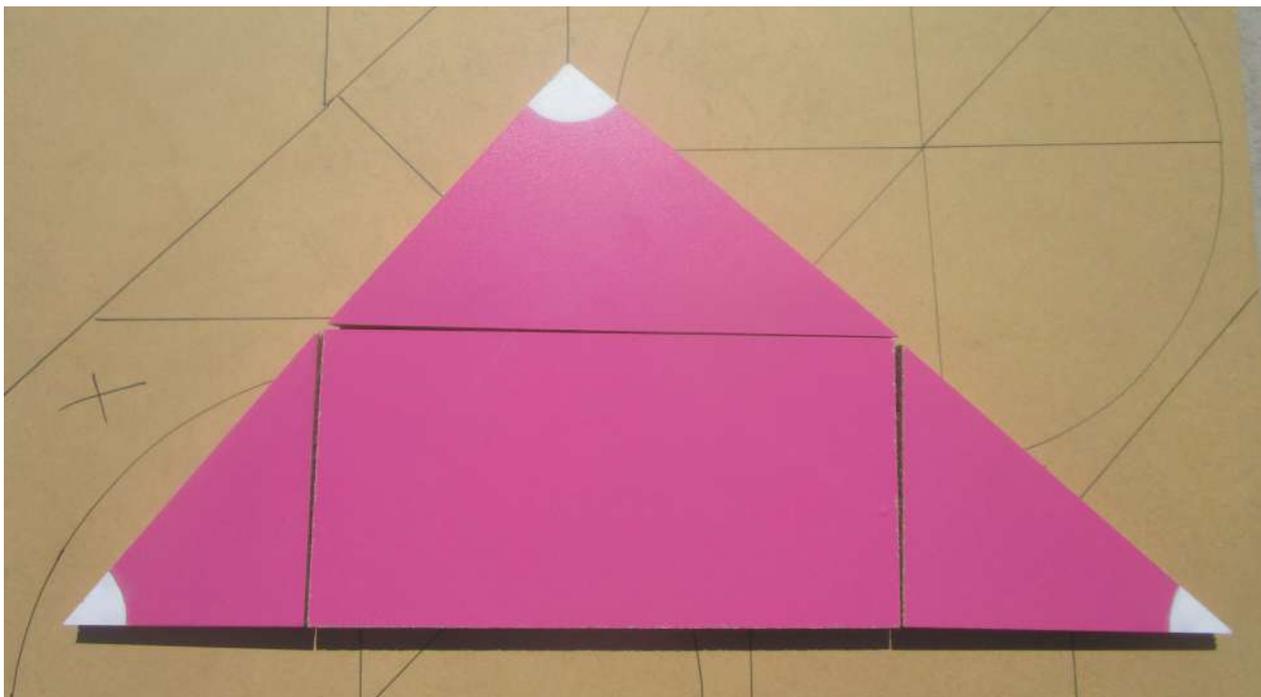


Demostración de triángulos semejantes utilizando la sombra.

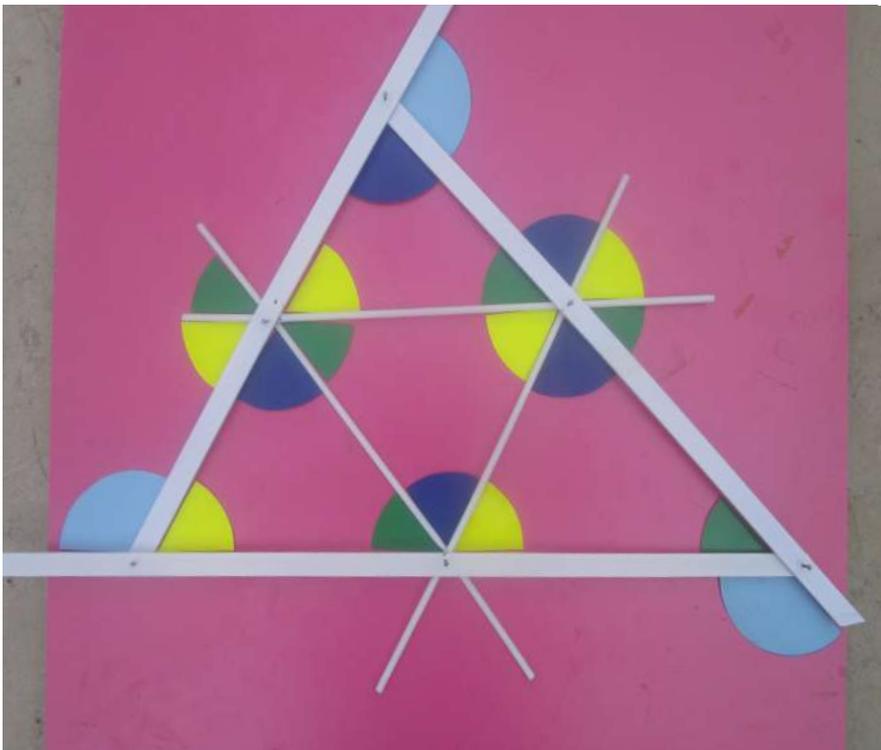
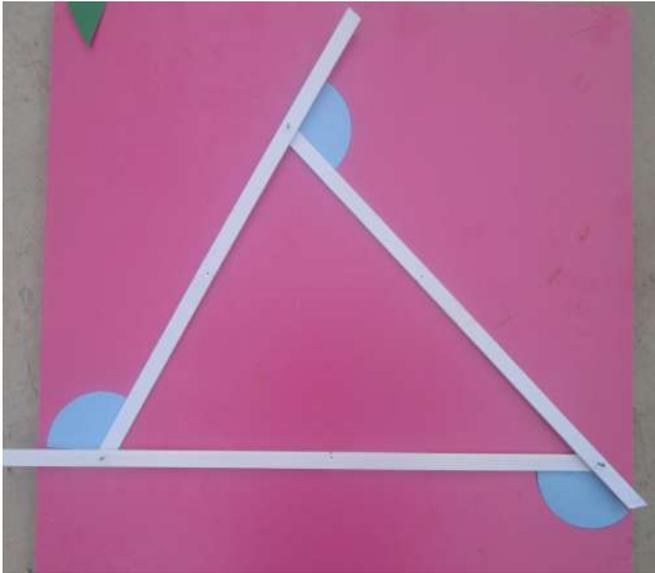


Construcción de triángulos semejantes con GeoGebra.

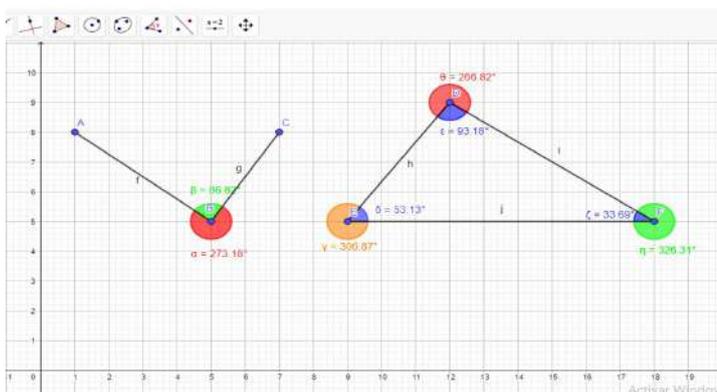
ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE LOS TRIÁNGULOS



Prueba de las medidas de los ángulos internos y externos de los triángulos con materiales plegables construidos de madera.



Muestra de las medidas de los ángulos complementarios, suplementarios, conjugados y alternos.



Demostración de las medidas de los ángulos con GeoGebra.

TEODOLITO MANUAL



Círculo trigonométrico para calcular los valores de seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante de un ángulo.



Estudiantes calculan la altura del monumento a Pachacútec utilizando el teodolito manual.



El teodolito manual.



Vasos comunicantes para demostrar rectas paralelas y perpendiculares.

REPLANTEAMIENTO DE PLANOS

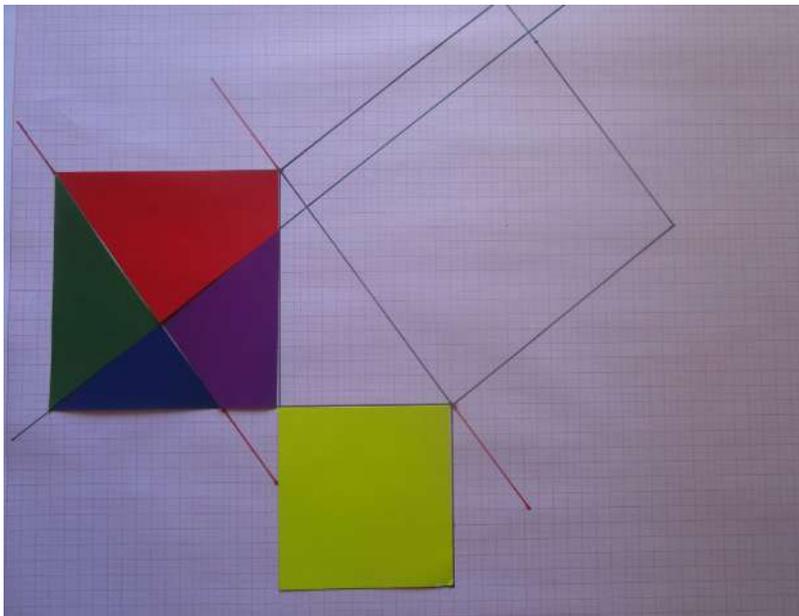
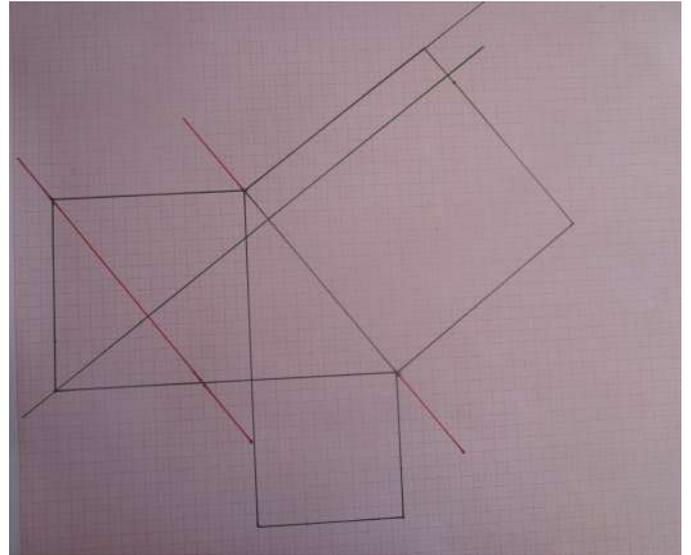
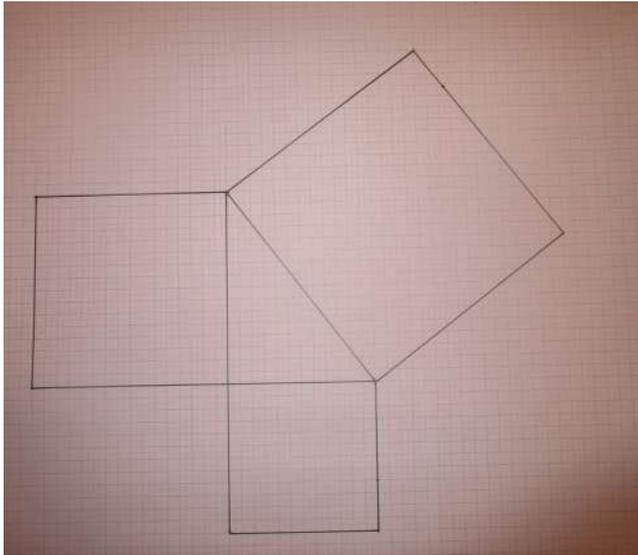


Comprobación del teorema de Pitágoras.

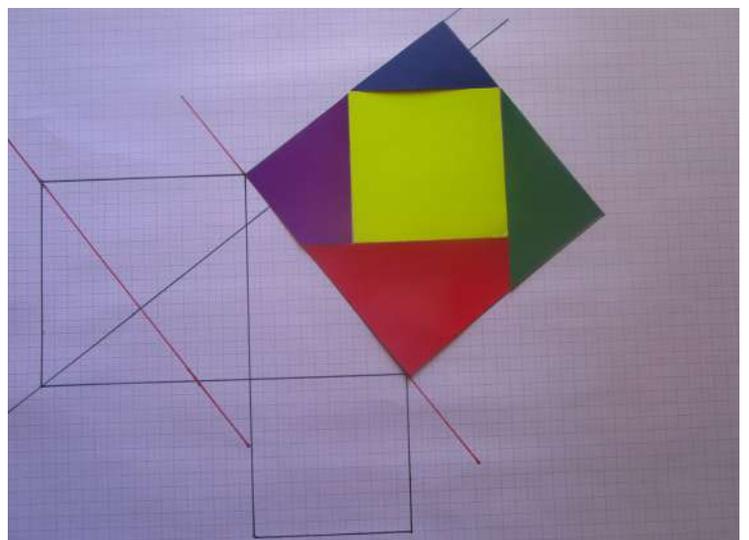


Alumnas y alumnos aplican el teorema de Pitágoras para reformular los planos de una casa.

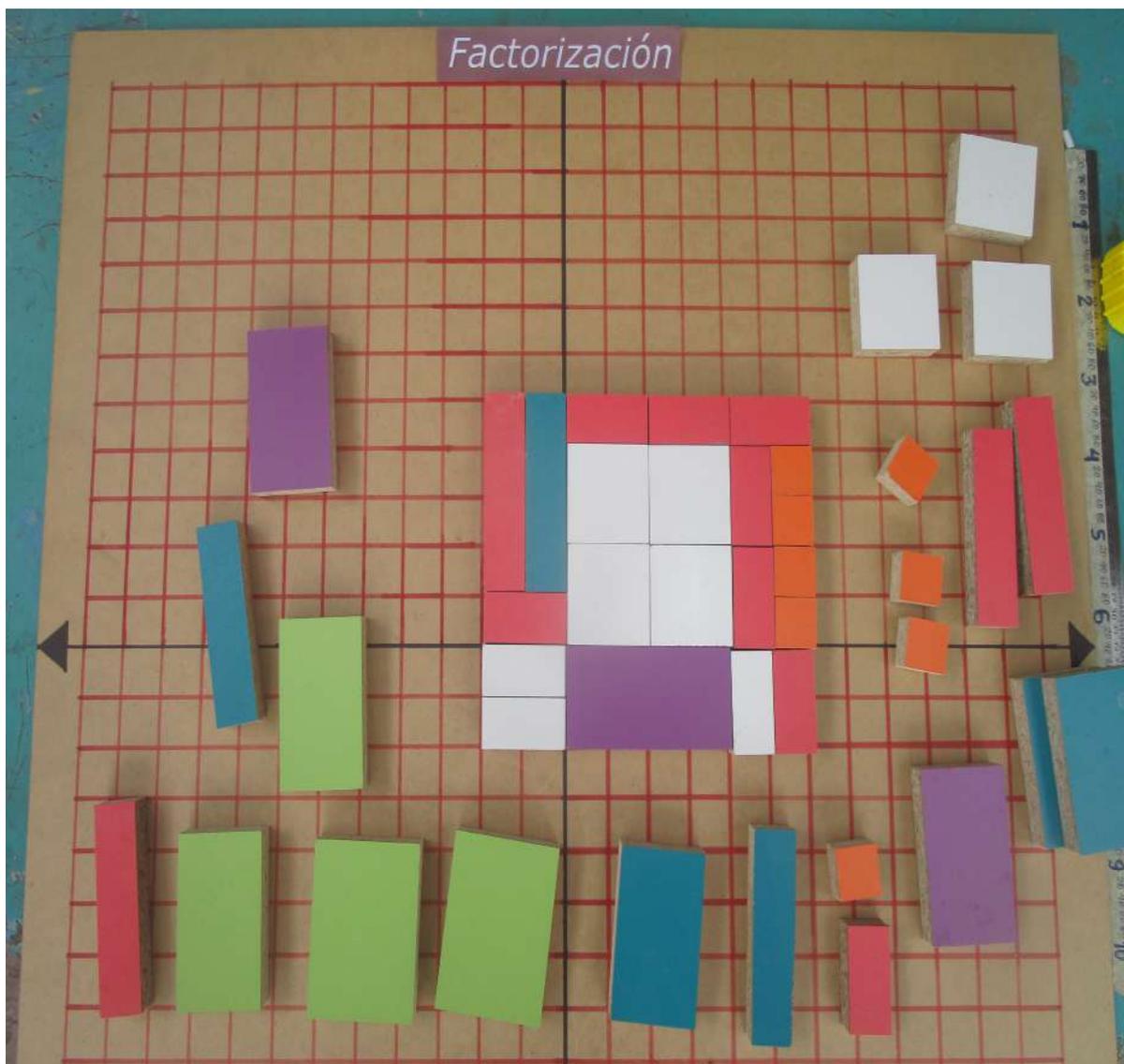
DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS



Materiales para la probar el teorema de Pitágoras.



FACTORIZACIÓN CON ÁREAS

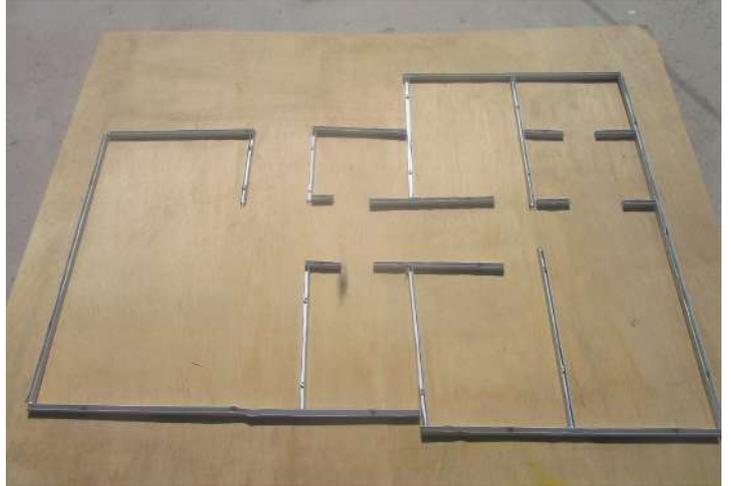


Materiales para factorizar con el uso de áreas.

PLANOS Y MAQUETAS A ESCALA



Maqueta de un estadio de fútbol a escala.



Plano desarmable de una casa.



Maqueta desmontable de una casa.



Resolución de problemas de áreas, volumen, perímetros, costos de construcción y revestimiento de una casa.

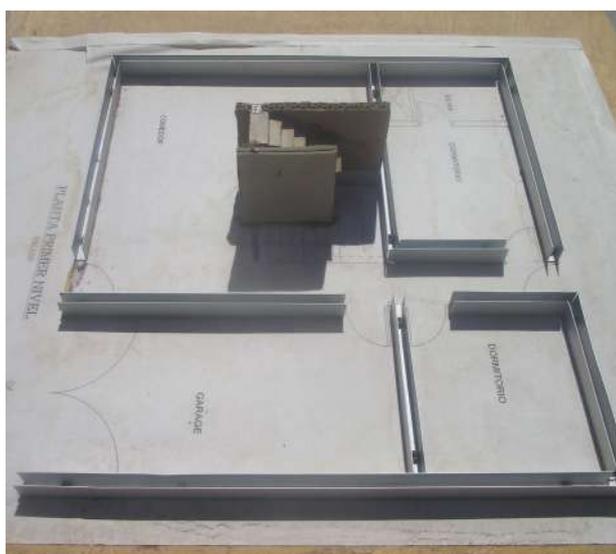
Maqueta para calcular las áreas que ocupan las paredes según el tipo de materiales que se utiliza en la construcción de una casa.



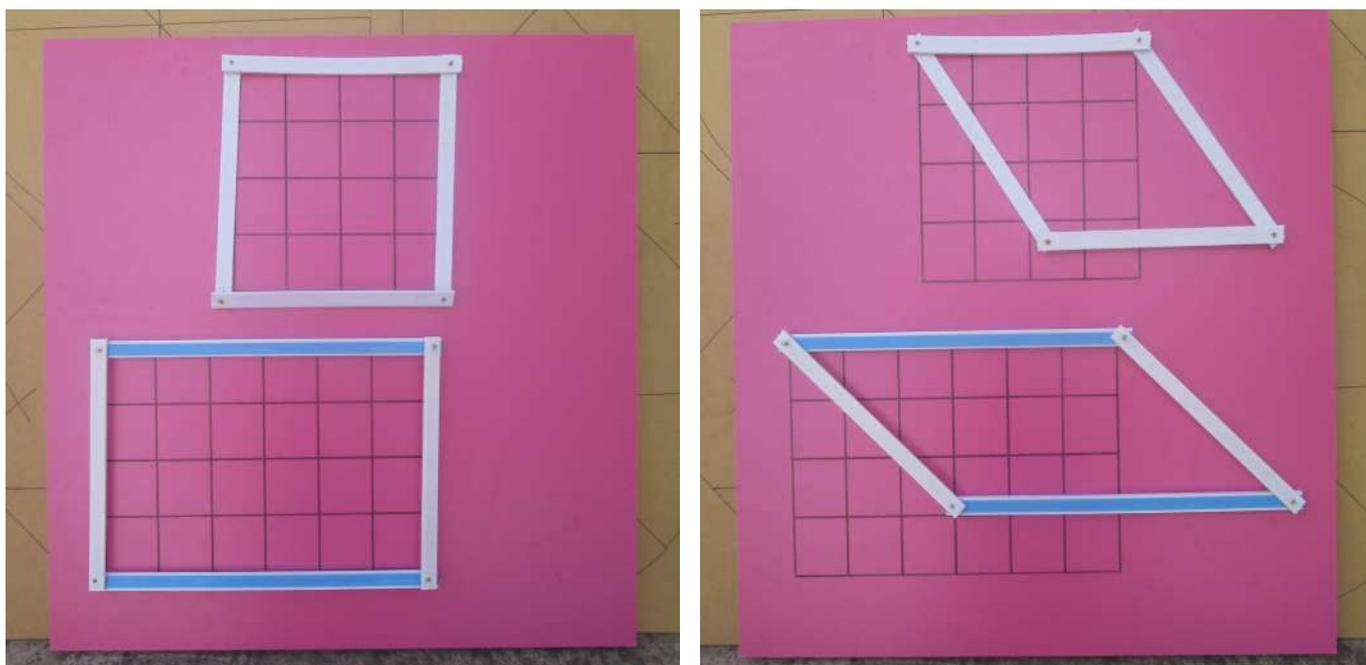
Simulación del requerimiento e instalación de energía eléctrica en una maqueta.



La tridimensionalidad de las maquetas, en el trabajo con las/los estudiantes, desarrolla capacidades como la observación, el análisis, y la comunicación mediante códigos. Además, facilita la resolución de problemas y el paso de la representación simulada a la realidad.



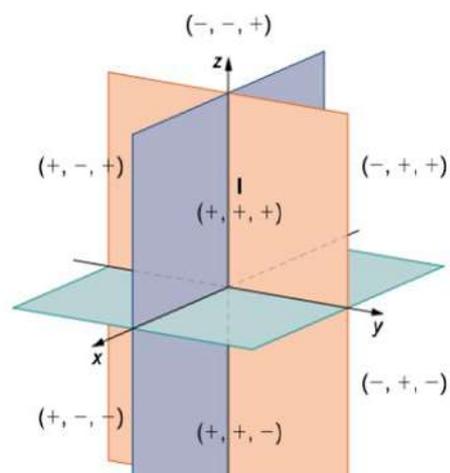
FIGURAS GEOMÉTRICAS Y RELACIÓN DE ÁREAS



Materiales como este permiten corroborar la existencia de otra figura geométrica de cuatro lados iguales que no es un cuadrado, así como de otros cuadriláteros.

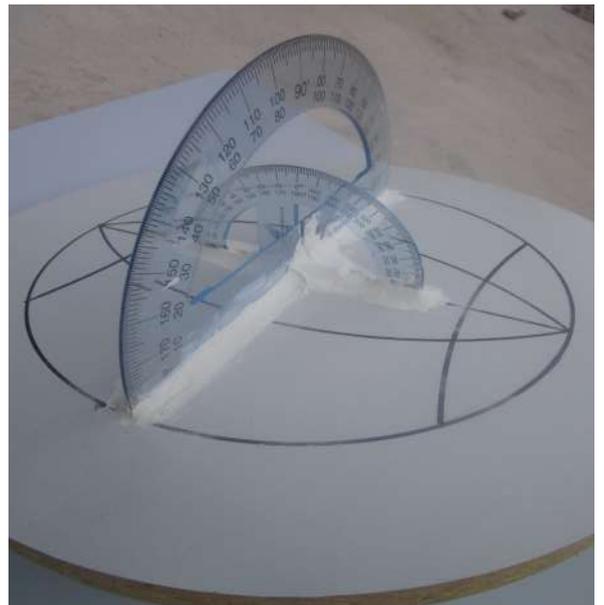
Con el simulador PhET, se comparan áreas y figuras geométricas.

ESPACIO TRIDIMENSIONAL



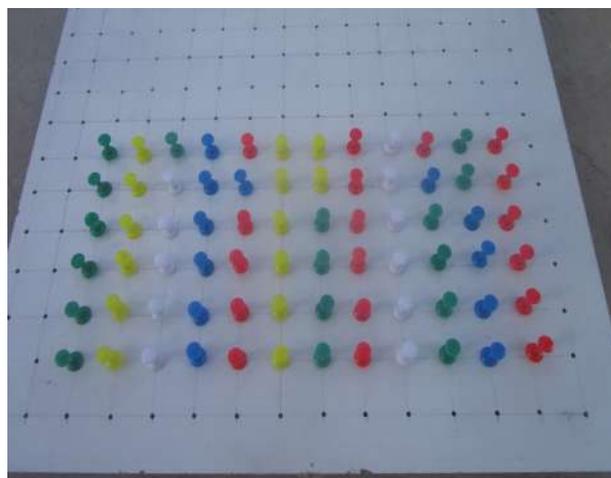
Para ubicar un punto en el espacio, como un avión en pleno vuelo, se deben conocer la latitud, la longitud y la altura.



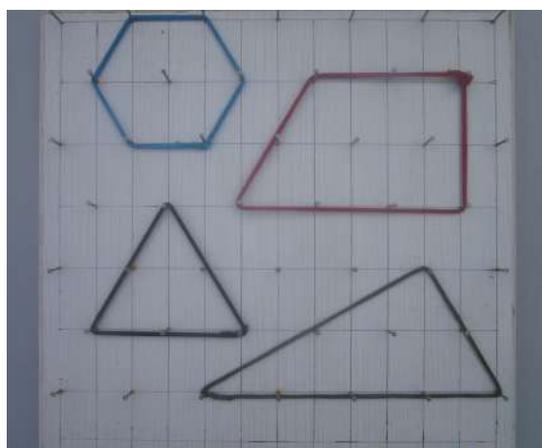
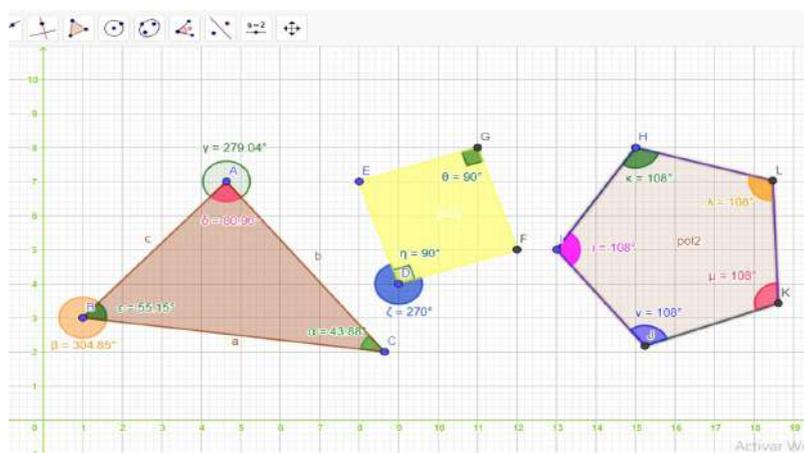


Las alumnas y los alumnos ubican puntos en el espacio a través del uso de las coordenadas latitud, longitud y altura.

GEOPLANO

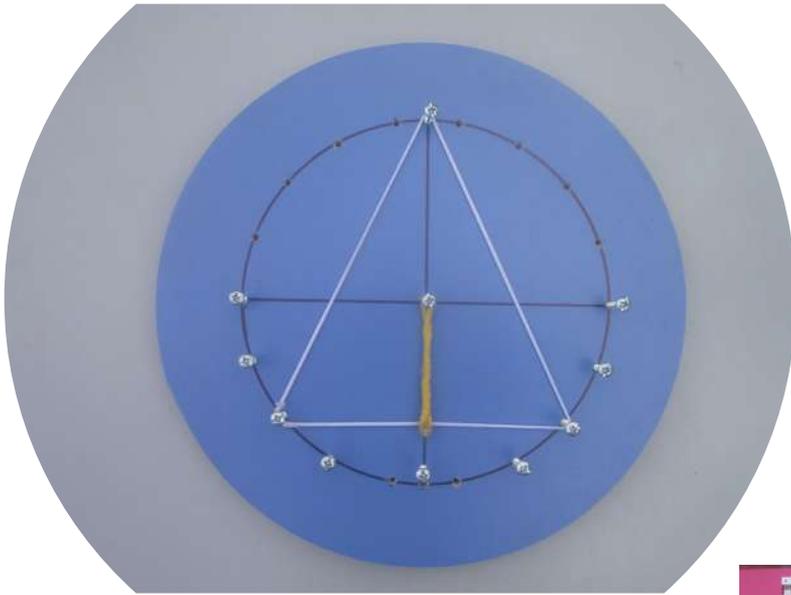


Elaboración y análisis de gráficos con el uso de recibos de consumo de agua y de energía eléctrica.

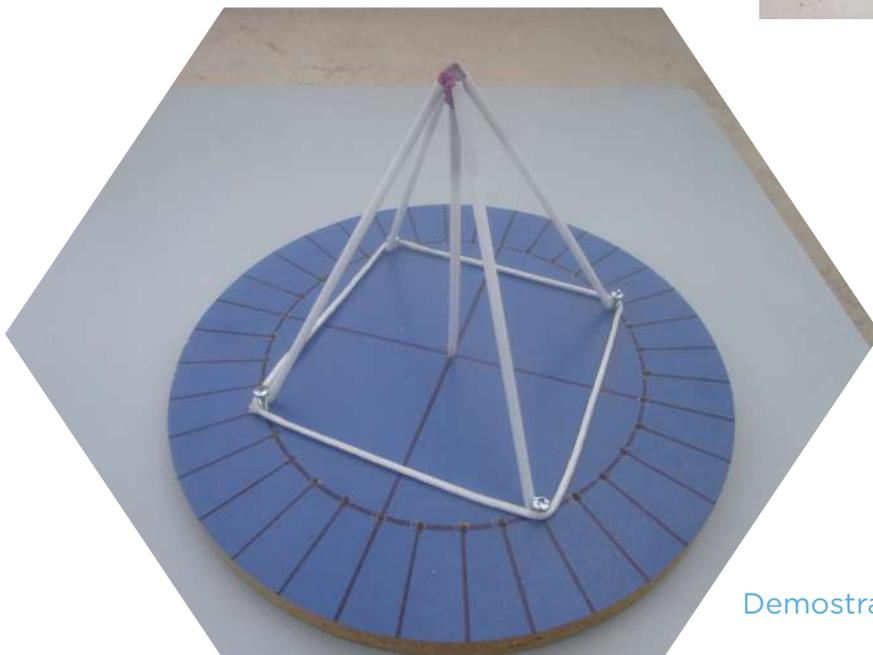


Construcción de figuras geométricas con GeoGebra.

VARIACIÓN DE UN TRIÁNGULO INSCRITO

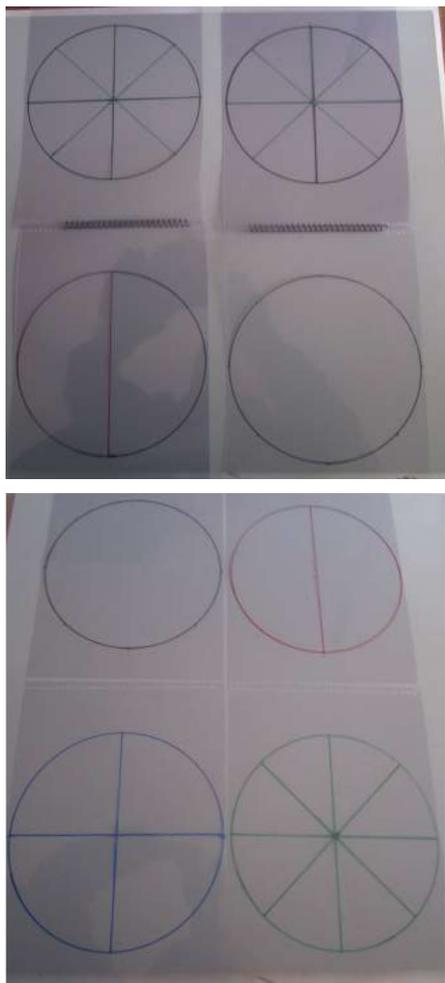


Comprobación de triángulos inscritos.

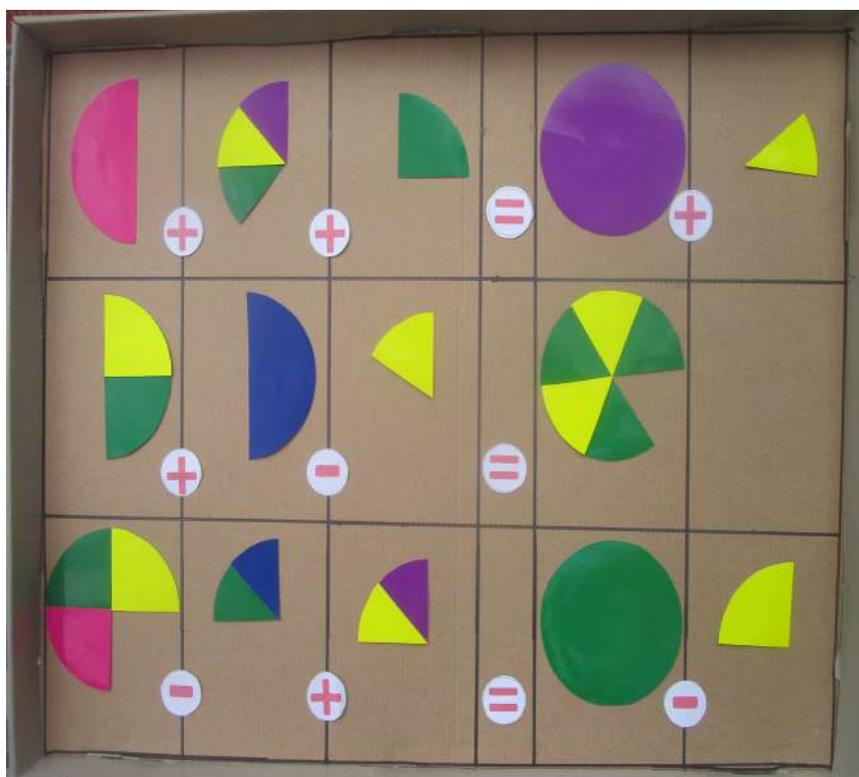


Demostración de pirámides.

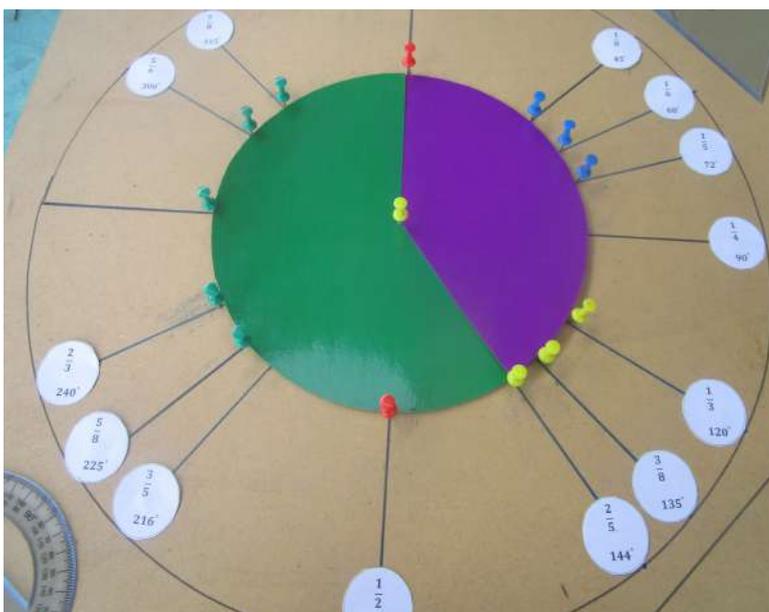
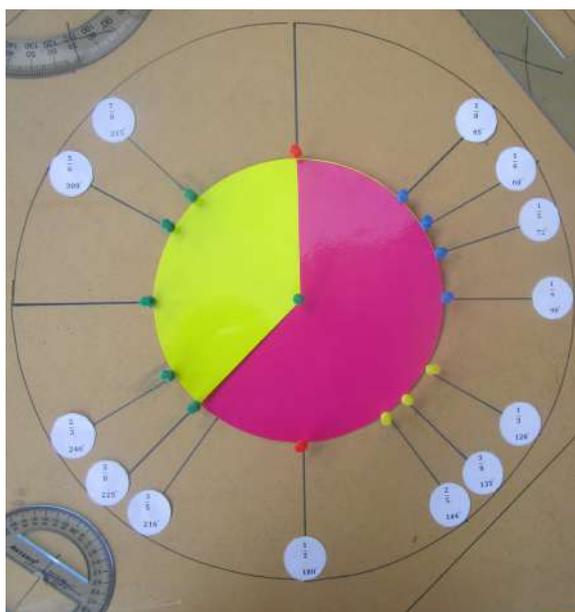
FRACCIONES



Comparación de fracciones con figuras superpuestas.

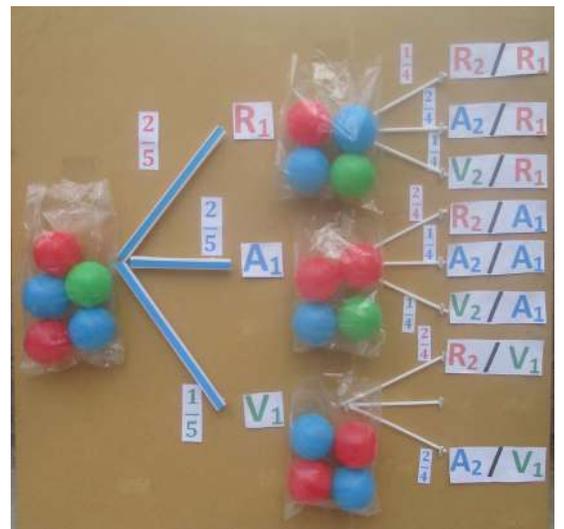
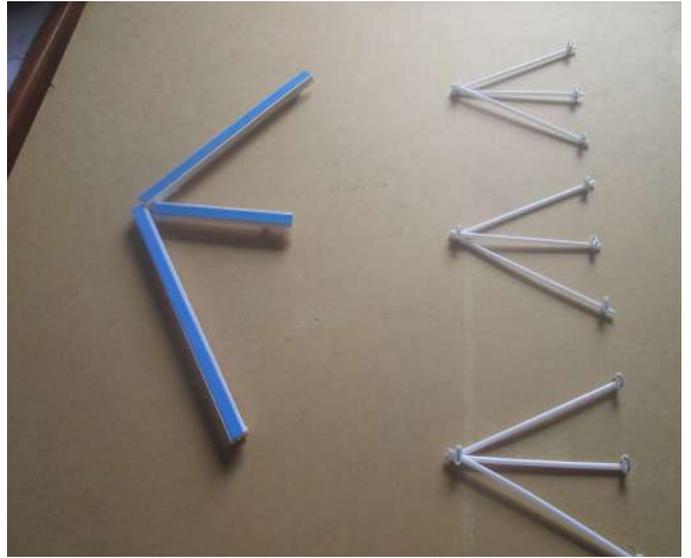


Operaciones con fracciones.



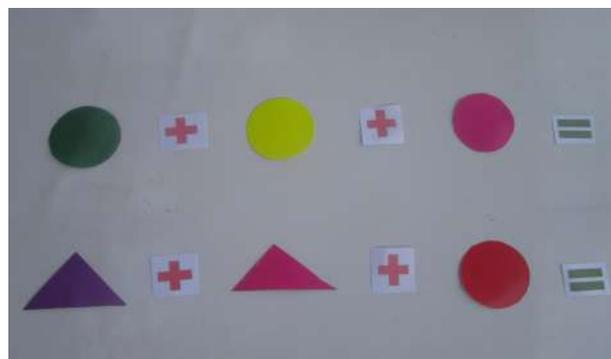
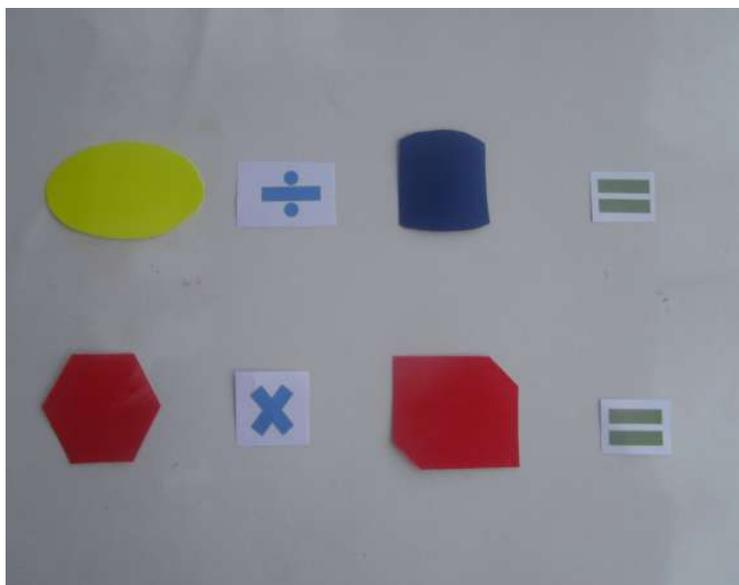
Corroboración de equivalencias de fracciones con grados sexagesimales.

TEOREMA DE BAYES



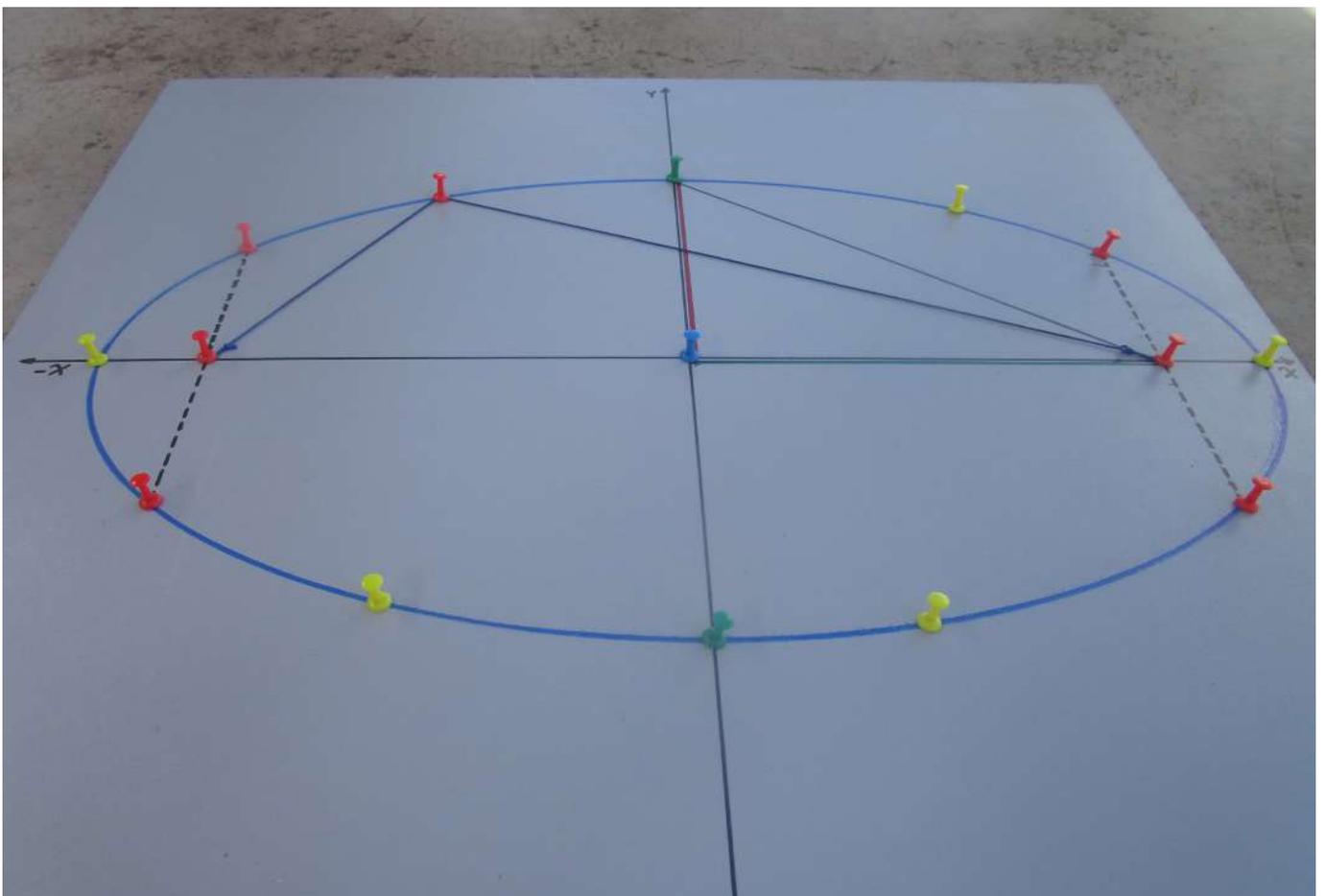
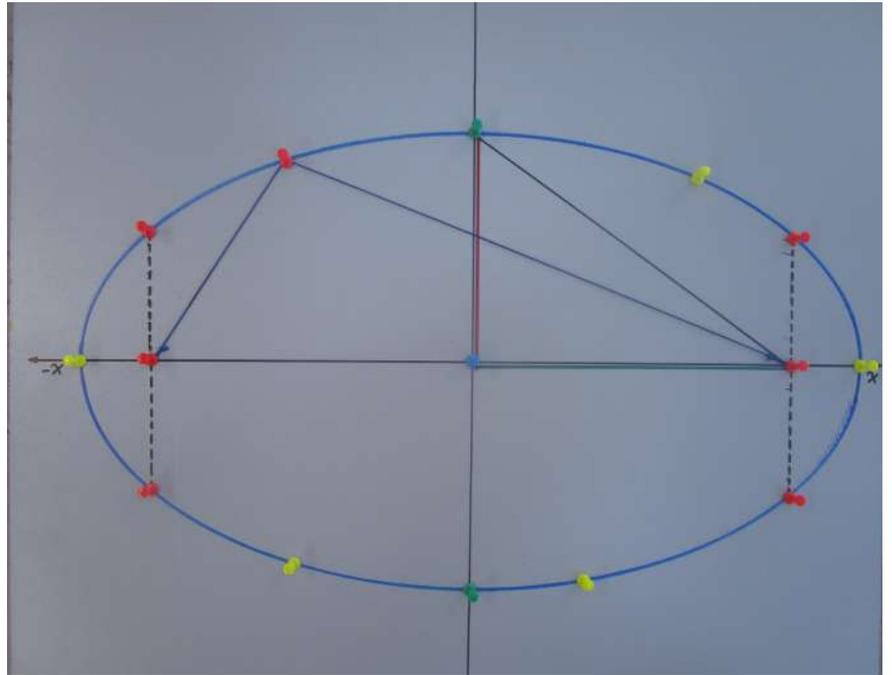
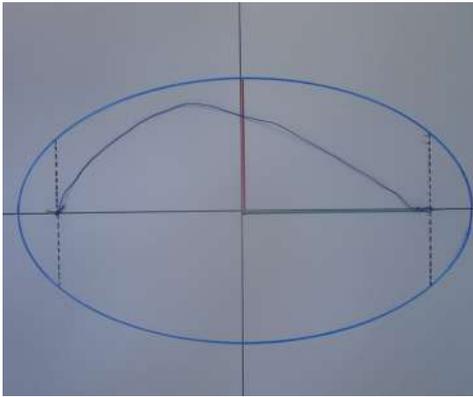
Construcción de tablero para trabajar el teorema de Bayes.

REGULARIDADES NUMÉRICAS Y NO NUMÉRICAS



Materiales para trabajar las series o sucesiones.

ELIPSE



Demostración de las partes de la elipse y las relaciones de proporcionalidad.

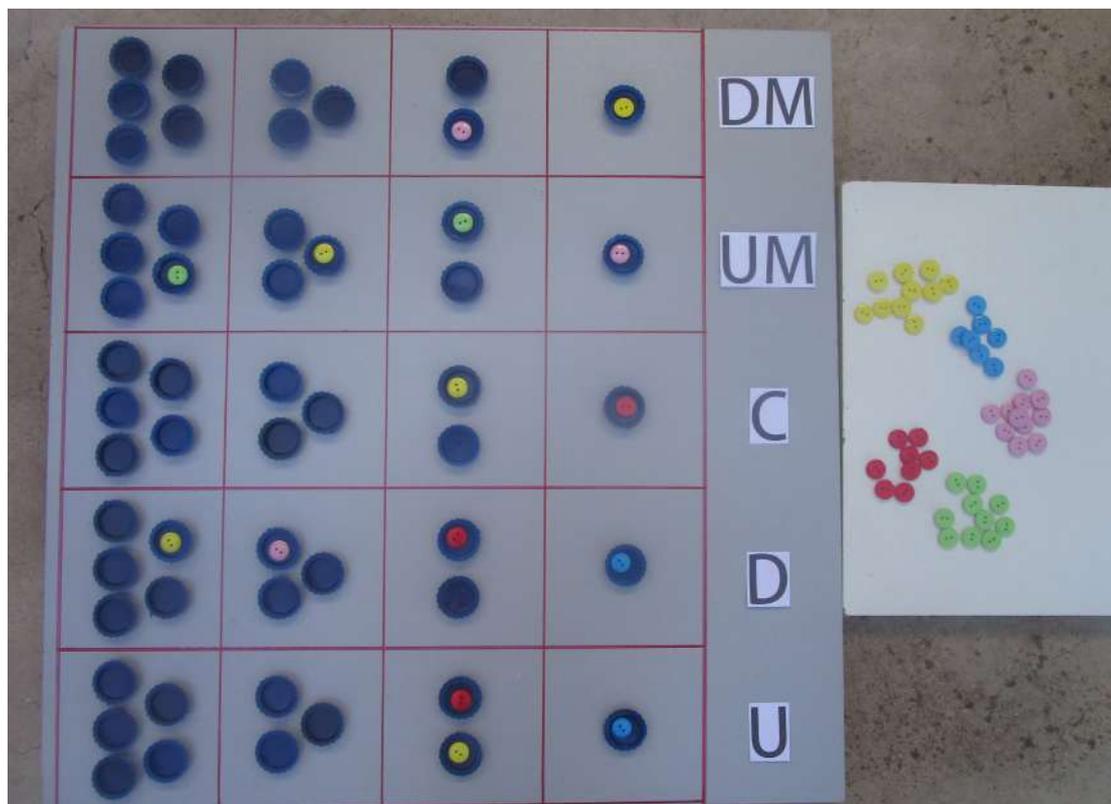
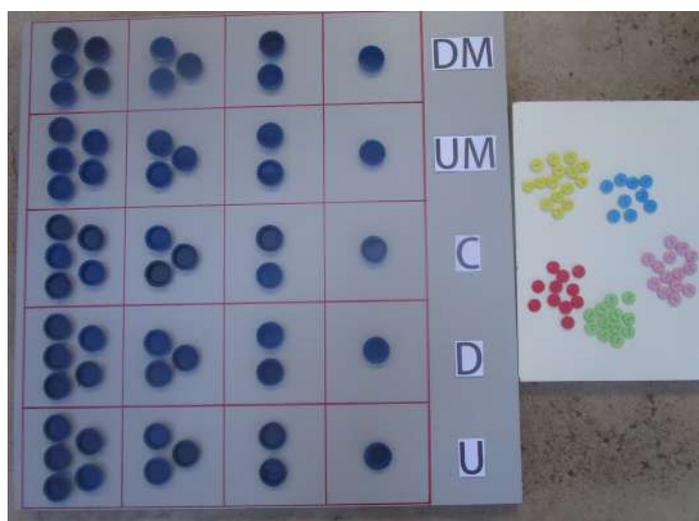
YUPANA INKA



#AprendoEnCasa

••••	•••	••	•	DM
••••	•••	••	•	UM
••••	•••	••	•	C
••••	•••	••	•	D
••••	•••	••	•	U

Junto al quipu, Felipe Guamán Poma de Ayala dibujó la hoy denominada Yupana Inka en una de sus crónicas de la época virreinal. Así se recordó en uno de los programas de *Aprendo en casa* del Ministerio de Educación.



Operaciones con Yupana Inka.



Docente enseña desde el laboratorio instalado en su casa.



OBSERVATORIO NACIONAL DE BUENAS PRÁCTICAS E INNOVACIÓN EDUCATIVA

INICIO

EL OBSERVATORIO

BUENAS PRÁCTICAS

INVESTIGACIONES

CONTACTANOS

CONCURSO BPD



Equipo del Centro de Educación Básica Alternativa (CEBA) Uriel García, de Cusco, ganador del Concurso Nacional de Buenas Prácticas Docentes, del Ministerio de Educación.

BIBLIOGRAFÍA

- Corberán Salvador, Rosa (et. al) (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Díaz, Frida (2006). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. McGraw Hill Interamericana.
- Díaz, F., Hernández, G. y Rigo, M.A. (Eds.) (2011). *Experiencias educativas con recursos digitales: prácticas de uso y diseño tecnopedagógico*. Facultad de Psicología de la Universidad Nacional Autónoma de México.
- Flores, P., Lupiáñez, J.L. (et. al) (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemática*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Fouz, Fernando (2001). Capítulo Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. En *Un paseo por la geometría*. Disponible en http://www.xtec.cat/~rnolla/San_gaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf.
- Juez Balaguer, Ana María (2018). *Laboratorio de matemáticas manipulativas en tercero de primaria: aprender y disfrutar tocando*. Tesis para grado de maestro. Universidad Internacional de la Rioja, Facultad de Educación.
- López Jara, Ociel Alejandro (2017). *Modelo de Van Hiele aplicado en exploración de propiedades mediante construcción*. REXE. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 16 (32), 129-136.
- Maldonado Granados, Luis Facundo (2013). *El modelamiento matemático en la formación del ingeniero*. Bogotá: Ediciones Universidad Central.
- Pedreros Matta, Alejandro (2016). *Habilidad de modelamiento matemático*. Ministerio de Educación de Chile.
- Prieto Méndez, Manuel (et. al) (2014). *Tecnologías y aprendizaje: innovaciones y experiencias*. Estados Unidos: Humboldt International University.
- Ramírez, Martha Cecilia (2013). *El laboratorio de matemática y la Metodología de Estudios de Clase (MEC)*. *Revista Aletheia*, 362-369.
- Roig-Vila, Rosabel (2016). *Educación y tecnología. Propuesta desde la investigación educativa*. Ediciones Octaedro.
- Trujillo Flórez, Luis Martín (2017). *Teorías pedagógicas contemporáneas*. Bogotá D.C.: Fundación Universitaria del Área Andina.



¿Estamos entrando al mundo de la matemática por la puerta equivocada?